

بسط تیلور: اگر $f(x)$ در x_0 دارای نهایت بار مشتق پذیر باشد، آنگاه

$$f(x) = f(x_0) + \frac{(x-x_0)f'(x_0)}{1!} + \frac{(x-x_0)^2 f''(x_0)}{2!} + \frac{(x-x_0)^3 f'''(x_0)}{3!} + \dots$$

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-x_0)^n f^{(n)}(x_0)}{n!}$$

بسط مک لورن: چون بسط تیلور هست فقط به جای x_0 ها صفر می ذاریم.

$$f(x) = f(0) + \frac{x f'(0)}{1!} + \frac{x^2 f''(0)}{2!} + \frac{x^3 f'''(0)}{3!} + \dots$$

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n f^{(n)}(0)}{n!}$$

سایت فهمیار fahmyar.ir

در بسط مک لورن برخی از توابع پدیده شده

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \dots$$

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots \xrightarrow{\sinh x} x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \frac{x^7}{7!} + \dots$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots \xrightarrow{\cosh x} 1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \frac{x^6}{6!} + \dots$$

$$\tan x = x + \frac{x^3}{3} + \frac{2x^5}{15} + \dots$$

استفاده از بسط در رفع ابهام محدود

مثال) حاصل حدود زیر را بدست آورید.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x \sin x} \right) \quad \text{الف)}$$

$$x=0 \rightarrow \frac{0}{0} \rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x \sin x - x^2}{x^2 \sin x} \right) = \frac{\sin x = x - \frac{x^3}{6}}{\text{بسط مخرج}} \rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x(x - \frac{x^3}{6}) - x^2}{x^2(x)} \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^4 - \frac{x^4}{6}}{x^4} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-\frac{x^4}{6}}{\frac{x^4}{1}} = \frac{-1}{6}$$

$$\text{ب)} \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^{x^2} - 1}{x^2} \right) \quad \text{مسا} = 1 + x \rightarrow \underline{\underline{1 + x^2}}$$

$$x=0 \rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{0}{0} \rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 + x^2 - 1)}{x^2} = \frac{x^2}{x^2} = 1$$

اشکان حسین زاده

دانشجوی مهندسی برق دانشگاه خواجه

سایت فنیار fahmyar.ir